
DÉTERMINER DES ÉQUATIONS VECTORIELLE, PARAMÉTRIQUES ET CARTÉSIENNE D'UN PLAN.

■ Exemple 1

On considère le plan ABC comprenant les points A: $(-3, 2, 0)$, B: $(1, 1, 1)$, et C: $(0, 4, 1)$.

Equation vectorielle: $\vec{m} = \vec{a} + k\vec{AB} + l\vec{AC}$

$$(x, y, z) = (-3, 2, 0) + k \cdot (4, -1, 1) + l \cdot (3, 2, 1)$$

$$\text{Equations paramétriques: } \begin{cases} x = 4k + 3l - 3 & (1) \\ y = -k + 2l + 2 & (2) \\ z = k + l & (3) \end{cases}$$

On isole le paramètre k dans l'équation (3)

$$k = z - l$$

On remplace dans les deux autres équations:

$$\begin{cases} x = 4(z - l) + 3l - 3 & (1) \\ y = -z + l + 2 & (2) \\ k = z - l & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -l + 4z - 3 & (1) \\ y = 3l - z + 2 & (2) \\ k = z - l & (3) \end{cases}$$

On isole le paramètre l dans l'équation (1)

$$l = -x + 4z - 3$$

On remplace dans l'équation (2)

$$y = 3(-x + 4z - 3) - z + 2$$

Une équation cartésienne du plan est $ABC \equiv 3x + y - 11z = -7$

■ Exemple 2

On considère le plan DEF comprenant les points D: $(3, 0, 1)$, E: $(2, -2, 1)$, et F: $(1, -1, -3)$.

Equation vectorielle: $\vec{m} = \vec{d} + k \overrightarrow{DE} + l \overrightarrow{DF}$

$$(x, y, z) = (3, 0, 1) + k \cdot (-1, -2, 0) + l \cdot (-2, -1, -4)$$

$$\text{Equations paramétriques: } \begin{cases} x = -k - 2l + 3 & (1) \\ y = -2k - l & (2) \\ z = 1 - 4l & (3) \end{cases}$$

On isole le paramètre k dans l'équation (1)

$$k = -2l - x + 3$$

On remplace dans les deux autres équations:

$$\begin{cases} k = -2l - x + 3 & (1) \\ y = -2(-2l - x + 3) - l & (2) \\ z = 1 - 4l & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k = -2l - x + 3 & (1) \\ y = 3l + 2x - 6 & (2) \\ z = 1 - 4l & (3) \end{cases}$$

On isole le paramètre l dans l'équation (2)

$$l = -\frac{2x}{3} + \frac{y}{3} + 2$$

On remplace dans l'équation (3)

$$z = 1 - 4\left(-\frac{2x}{3} + \frac{y}{3} + 2\right)$$

Une équation cartésienne du plan est $DEF \equiv 8x - 4y - 3z = 21$