Calculer en utilisant les fonctions composées

- 1) $\int x\left(x^2-1\right)^5 \, dx$

2) $\int \sin^2(x)\cos(x)\, dx$

3) $\int e^{2-x}\, dx$

4) $\int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}\, dx$

5) $\int \frac{x+3}{x-1}\, dx$

6) $\int \frac{x^2-4}{x+1}\, dx$

7)[M6H] $\int \frac{x+1}{x^2+1}\, dx$

8)[M6H] $\int \frac{x^2-2}{x^2+1}\, dx$

9) $\int \sin^2(x)\, dx$

10) $\int \frac{4x}{\sqrt{3x^2+1}}\, dx$

11) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx$

12) $\int \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\cos^2(2x)}\, dx$

1) On pose g(x) $= x^2 - 1$. On a alors $dg = 2\,x\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int g^5\,dg = \frac{g^6}{6} + k$

$\int x\left(x^2-1\right)^5 dx = \frac{1}{2}\int x\left(x^2-1\right)^5 2\,dx = \frac{1}{12}\left(x^2-1\right)^6 + k$

2) On pose g(x) $= \sin(x)$. On a alors $dg = \cos(x)\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int g^2\,dg = \frac{g^3}{3} + k$

$\int \cos(x)\sin^2(x)\,dx = \frac{\sin^3(x)}{3} + k$

3) On pose g(x) $= 2 - x$. On a alors $dg = -1\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int e^g\,dg = e^g + k$

$\int e^{2-x}\,dx = -1\int e^{2-x}(-1)\,dx = -e^{2-x} + k$

4) On pose g(x) $= 3 - 2\,x$. On a alors $dg = -2\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int \frac{1}{\sqrt{g}}\,dg = 2\sqrt{g} + k$

$\int \frac{1}{\sqrt{3-2\,x}}\,dx = -\frac{1}{2}\int \frac{-2}{\sqrt{3-2\,x}}\,dx = -\sqrt{3-2\,x} + k$

5) *On effectue la division:* $\frac{x+3}{x-1} = 1 + \frac{4}{x-1}$

$\int \frac{x+3}{x-1}\,dx = \int\left(\frac{4}{x-1} + 1\right)dx = 4\ln(|x-1|) + x + k$

6) *On effectue la division:* $\frac{x^2-4}{x+1} = x - \frac{3}{x+1} - 1$

$\int \frac{x^2-4}{x+1}\,dx = \int\left(x - \frac{3}{x+1} - 1\right)dx = -3\ln(|x+1|) + \frac{x^2}{2} - x + k$

7) $\int \frac{x+1}{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2}\ln\left(\left|x^2+1\right|\right) + \mathrm{Arctg}(x) + k$

8) $\int \frac{x^2-2}{x^2+1}\,dx = x - 3\,\mathrm{Arctg}(x) + k$

9) $\int \sin^2(x)\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin(2\,x) + k$

10) On pose g(x) $= 3\,x^2 + 1$. On a alors $dg = 6\,x\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int \frac{1}{\sqrt{g}}\,dg = 2\sqrt{g} + k$

$\int \frac{4\,x}{\sqrt{3\,x^2+1}}\,dx = \frac{2}{3}\int \frac{4\,x\,\frac{3}{2}}{\sqrt{3\,x^2+1}}\,dx = \frac{4}{3}\sqrt{3\,x^2+1} + k$

11) On pose g(x) $= \sqrt{x}$. On a alors $dg = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$ et l'intégrale est de la forme $\int e^g\,dg = e^g + k$

$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int \frac{e^{\sqrt{x}}\,\frac{1}{2}}{\sqrt{x}}\,dx = 2\,e^{\sqrt{x}} + k$

12) *remarque:* sec(x)=1/cos(x)

$\int \mathrm{tg}(2\,x)\sec^2(2\,x)\,dx = \frac{1}{2}\int 2\,\mathrm{tg}(2\,x)\sec^2(2\,x)\,dx = \frac{1}{4}\mathrm{tg}^2(2\,x) + k$